

· 雷达系统与技术 ·

DOI:10.16592/j.cnki.1004-7859.2023.07.009

# 基于协方差矩阵加权截断核范数的 DOA 估计

贺 顺<sup>1</sup>, 张一沫<sup>\*1</sup>, 杨志伟<sup>2</sup>, 张旭阳<sup>1</sup>

(1. 西安科技大学 通信与信息工程学院, 陕西 西安 710054)

(2. 西安电子科技大学 雷达信号处理国家重点实验室, 陕西 西安 710071)

**摘要:**针对互质阵列通过差联合处理得到具有高自由度的虚拟阵列存在空洞位置,导致子空间类算法不适用、阵元利用率不足等问题,文中提出了一种基于加权截断核范数的协方差矩阵重构的波达方向(DOA)估计算法。该算法首先根据虚拟域信号表达式和空洞位置构建待填充矩阵;然后,利用最小化加权截断核范数实现阵列插值;最后,迭代重构接收信号协方差矩阵得到角度功率谱估计。仿真结果表明:所提算法可快速准确地实现 DOA 参数估计,相比基于最小化核范数和截断核函数正则化的 DOA 估计算法,该算法具有良好的鲁棒性,在快拍数小和信噪比低的情况下均具有较高的估计精度。

**关键词:**互质阵列;虚拟阵列插值;波达方向估计;稀疏阵列;矩阵填充

中图分类号:TN957.51

文献标志码:A

文章编号:1004-7859(2023)07-0051-05

**引用格式:**贺 顺, 张一沫, 杨志伟, 等. 基于协方差矩阵加权截断核范数的 DOA 估计[J]. 现代雷达, 2023, 45(7): 51-55.

HE Shun, ZHANG Yimo, YANG Zhiwei, et al. DOA estimation based on weighted truncated nuclear norm of covariance matrix[J]. Modern Radar, 2023, 45(7): 51-55.

## DOA Estimation Based on Weighted Truncated Nuclear Norm of Covariance Matrix

HE Shun<sup>1</sup>, ZHANG Yimo<sup>\*1</sup>, YANG Zhiwei<sup>2</sup>, ZHANG Xuyang<sup>1</sup>

(1. College of Communication and Information Engineering,

Xi'an University of Science and Technology, Xi'an Shaanxi 710054, China)

(2. National Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an Shaanxi 710071, China)

**Abstract:** The hole will exist in virtual arrays with high degrees of freedom obtained by coprime arrays through difference joint processing, which results in unsuitable subspace algorithms and insufficient utilization of array elements. To solve these problems, a direction of arrival (DOA) estimation algorithm based on the weighted truncated nuclear norm of covariance matrix reconstruction is proposed. Firstly, the matrix to be filled is constructed according to the expression of the virtual domain signal and the position of the hole. Then the array interpolation is realized by using the minimized weighted truncated nuclear norm. Finally, the angle power spectrum estimation is obtained according to the reconstructed received signal covariance matrix. Simulation results show that the proposed algorithm can quickly and accurately estimate DOA parameters. Compared with DOA estimation algorithms based on NNM and TNNR, the proposed method has good robustness and high estimation accuracy in the case of small snapshots and low signal-to-noise ratio.

**Key words:** coprime array; virtual array interpolation; direction of arrival estimation; sparse array; matrix completion

## 0 引 言

波达方向(DOA)估计作为阵列信号处理研究的一个重要分支,被广泛应用于声呐、雷达<sup>[1]</sup>和无线通信<sup>[2]</sup>。在传统的均匀线性阵列(ULA)中,根据奈奎斯特采样定理,可识别源的数量不能超过阵列规模,即由  $M$  个物理传感器组成的阵列最多只能检测  $M-1$  个目标。近年来,互质阵列等稀疏阵列的提出突破了这种限制<sup>[3]</sup>,互质阵列包括根据互质性部署的两个稀疏阵

列,通过构造具有高自由度和大孔径的虚拟阵列,与由相同数量的传感器组成的 ULA 相比,提高了阵列的自由度和分辨率。

为了充分利用互质阵列提供的自由度,几乎所有现有的 DOA 估计方法都是利用接收信号的二阶信息来构造一个虚拟阵列,然而构造虚拟阵元的过程中产生了空洞,导致对应的虚拟阵列是不连续的,使得像多重信号分类(MUSIC)这样的 ULA 下的 DOA 算法的应用变得困难。一些学者仅在虚拟阵列内的最大连续段上提出了如空间平滑 MUSIC<sup>[4]</sup>、稀疏重构<sup>[5-6]</sup>等 DOA 估计算法,但未利用到的虚拟阵元也包含接收信号的部分信息,造成了信息的丢失。阵列插值技术(矩阵填充)有效解决了这个问题<sup>[7-8]</sup>,将非连续虚拟阵列转

**基金项目:**国家自然科学基金资助项目(61801373);西安科技大学博士(后)启动金资助项目(2017QDJ018);“认知无线电与信息处理”教育部重点实验室 2016 年开放基金资助项目(CRKL160206)

**收稿日期:**2023-03-16 **修订日期:**2023-05-14

换为连续阵列,充分利用所有阵元中的信息并实现阵列的全自由度。文献[7]通过接收信号协方差矩阵的最小化核范数(NNM)来估计虚拟阵列的缺失元素,文献[9]利用互质虚拟阵列协方差矩阵的 Toeplitz 特性提出了一种插值算法,文献[10]引入了一个迹极小化半定规划来推导填充后的插值协方差矩阵。以上这些矩阵填充技术均使用内点方法来求解,极大增加了计算的复杂度,对于具有大量传感器的大协方差矩阵的阵列,这些技术非常低效和耗时。文献[11]表明截断核范数是核范数减去矩阵的少数最大奇异值之和,因此可更好更快地逼近矩阵的秩。根据截断核范数这一优点,文献[12]提出了一种基于截断核范数正则化的矩阵填充算法(TNNR),用于快速 DOA 估计,该算法不使用内点法,可有效适用于任何大小的矩阵,并且采用截断核范数近似秩函数,相比 NNM 算法其估计精度更高。

综上所述,本文提出了一种基于加权截断核范数的协方差矩阵快速精确重构(WTNNR)算法用于 DOA 估计,该算法根据待填充矩阵中每行所需计算的空洞位置占比来分配不同的权重,可有效增强协方差矩阵重构精度,提高运算速率,实现快速精确的 DOA 参数估计。

## 1 信号模型

互质阵列包括根据互质性质部署的两个均匀子阵,子阵1和子阵2分别由 $2M$ 个间距为 $Nd$ 的阵元以及 $N$ 个间距为 $Md$ 的阵元构成,其中 $M$ 和 $N$ 是互质整数, $d=\lambda/2$ 是单位间距。如图1所示,由于 $M$ 、 $N$ 互为质数,两子阵首个阵元重叠、其余阵元按位排布的线性组合方式保证了互质阵列除首个阵元外不会重叠,其物理传感器位置的集合 $P$ 由式(1)给出。

$$P = \{mNd, 0 \leq m \leq 2M-1\} \cup \{nMd, 0 \leq n \leq N-1\} \quad (1)$$

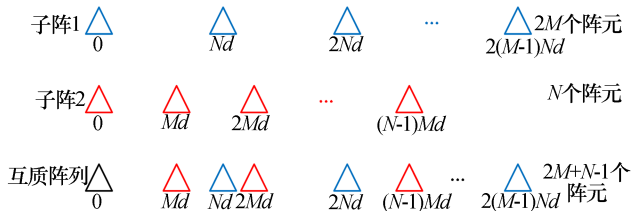


图1 互质阵列信号模型

Fig. 1 Coprime array signal model

假设存在 $K$ 个远场且不相干的信号源发射波长为 $\lambda$ 的窄带信号,该信号到达阵列的方向角为 $\theta_k, \theta_k \in$

$\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ ,在任何离散时刻 $t$ ,阵列接收信号可以写作

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{k=1}^K \mathbf{a}(\theta_k) s_k(t) + \mathbf{N}_p(t) \quad (2)$$

式中: $s_k(t)$ 表示信号幅度; $\mathbf{a}(\theta_k) = e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}P\sin\theta_k} \in \mathbb{C}^{(2M+N-1) \times 1}$ 为导向向量; $\mathbf{N}_p$ 表示与源不相关的零均值高斯白噪声。接收信号的协方差矩阵表示为

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)] = \sum_{k=1}^K \sigma_k^2 \mathbf{a}(\theta_k) \mathbf{a}^H(\theta_k) + \sigma_n^2 \mathbf{I}_p \quad (3)$$

式中: $\sigma_k^2$ 为 $K$ 个信号源的功率; $\sigma_n^2$ 为噪声功率; $\mathbf{I}_p$ 为 $(2M+N-1) \times (2M+N-1)$ 的单位矩阵; $\mathbf{R}$ 为一个埃尔米特半正定矩阵。然而,在实际中无法直接获得 $\mathbf{R}$ ,故通常使用样本协方差矩阵的协方差矩阵的估计表示

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t) \quad (4)$$

式中: $T$ 为快拍数。根据互质阵列物理传感器的位置集合 $P$ 差联合处理,得到的集合 $D = \{(n_1 - n_2) | n_1, n_2 \in P\}$ 为所有虚拟阵元的位置,该虚拟域中接收信号的表达式由互质物理阵列的二阶统计量表示

$$\mathbf{x}_D = \text{vec}(\hat{\mathbf{R}}) = \sum_{k=1}^K \sigma_k^2 [\mathbf{a}^*(\theta_k) \otimes \mathbf{a}(\theta_k)] + \sigma_n^2 \mathbf{I}_D \quad (5)$$

式中: $\text{vec}(\cdot)$ 、 $\otimes$ 、 $(\cdot)^*$ 分别表示矢量化、克罗内克积和共轭; $\mathbf{I}_D = \text{vec}(\mathbf{I}_p)$ 。通过去除 $D$ 中重复的数据点元素,得到一个新的集合 $D_c$ 并定义为虚拟阵列传感器 $D_c$ 位置,图2展示了互质阵列虚拟传感器的位置分布。

$$\mathbf{x}_c = \sum_{k=1}^K \sigma_k^2 \mathbf{a}_{D_c}(\theta_k) + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{D_c} \quad (6)$$

式中: $\mathbf{I}_{D_c}$ 为 $\mathbf{I}_D$ 中对应 $D_c$ 的部分矢量,并非单位矩阵。



图2 互质虚拟阵列传感器分布示意图

Fig. 2 Sensor distribution of coprime virtual arrays

由于 $D_c$ 中含有空洞导致阵元非连续,为充分利用虚拟阵列的自由度,采用阵列插值的思想,设 $D_1$ 是由 $D_1 = \{d_1 | \min(D_c) \leq d_1 \leq \max(D_c)\}$ 定义的传感器位置的整数集合,因此 $D_1$ 包含虚拟阵列传感器的位置以及空洞的位置。内插信号 $\mathbf{x}_1$ 可以等效信号 $\mathbf{x}_c$ 和在空洞处接收的信号初始化为零来构造

$$\langle \mathbf{x}_1 \rangle_i = \begin{cases} \langle \mathbf{x}_c \rangle_i, & i \in D_c \\ 0, & i \in D_1 - D_c \end{cases} \quad (7)$$

插值后的虚拟阵列信号的初始协方差矩阵可以用文献[13]中  $\mathbf{x}_1$  的 Toeplitz 矩阵特性构造, 如式(8)所示。

$$\mathbf{R}_V = \begin{bmatrix} \langle \mathbf{x}_1 \rangle_L & \langle \mathbf{x}_1 \rangle_{L-1} & \cdots & \langle \mathbf{x}_1 \rangle_1 \\ \langle \mathbf{x}_1 \rangle_{L+1} & \langle \mathbf{x}_1 \rangle_L & \cdots & \langle \mathbf{x}_1 \rangle_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle \mathbf{x}_1 \rangle_{2L-1} & \langle \mathbf{x}_1 \rangle_{2L-2} & \cdots & \langle \mathbf{x}_1 \rangle_L \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中:  $L = (|D_1| + 1)/2$ 。由于接收信号协方差矩阵  $\mathbf{R}_V$  中空洞位置相对应的信号为零, 导致整体误差很大, 因此需要利用阵列插值技术模拟出空洞位置信号的值, 即通过已知阵元上的接收信号, 根据整体接收信号协方差矩阵特性和约束优化等思想给出缺失阵元上的信号。核范数最小化是矩阵填充中最常见的方法, 它将 NP-hard 的秩函数转化为凸优化问题, 然而实际应用中秩函数的最佳近似并不是核范数, 由核范数最小化求解秩函数问题需要大量迭代才可获得其次优解。截断核范数通过核范数减去少数奇异值之和实现快速逼近秩函数的目的, 相比于核范数是一种更好的近似方法<sup>[9]</sup>, 可有效应用于矩阵填充。

## 2 基于 WTNNR 矩阵填充的 DOA 估计

矩阵  $\mathbf{Z} \in \mathbb{C}^{m \times n}$  的截断核范数定义为  $\|\mathbf{Z}\|_r = \sum_{i=r+1}^{\min(m,n)} \gamma_i(\mathbf{Z})$ , 其中  $\gamma_i(\mathbf{Z})$  是  $\mathbf{Z}$  的  $i$  个最大奇异值,  $1 \leq i \leq \min(m, n)$ ,  $r$  是截断奇异值的个数, 该矩阵的截断核范数的矩阵完备化可以表示为

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{Z}} \|\mathbf{Z}\|_r \\ \text{s. t. } M_{\Omega}(\mathbf{Z}) = M_{\Omega}(\mathbf{R}_V) \end{cases} \quad (9)$$

式中:  $\Omega \subset \{1, 2, \dots, m\} \times \{1, 2, \dots, n\}$  是不完全矩阵的已知索引集合,  $M_{\Omega}(\mathbf{Z})$  表示矩阵  $\mathbf{Z}$  中位置集合  $\Omega$  上对应的值

$$(M_{\Omega}(\mathbf{Z}))_{ij} = \begin{cases} \mathbf{Z}_{ij}, & \text{如果 } (i, j) \in \Omega \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (10)$$

约束条件式(10)确保了  $\mathbf{R}_V$  中的已知信号和插值后的矩阵  $\mathbf{Z}$  在同一索引处是相同的, 根据文献[10], 将式(9)中优化问题的截断核范数转化为核范数, 即

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{Z}} \{\|\mathbf{Z}\|_* - \max_{\mathbf{F}} \text{tr}(\mathbf{E}\mathbf{Z}\mathbf{F}^H)\} \\ \text{s. t. } M_{\Omega}(\mathbf{Z}) = M_{\Omega}(\mathbf{R}_V) \end{cases} \quad (11)$$

式中:  $\|\mathbf{Z}\|_*$  为  $\mathbf{Z}$  的核范数;  $\mathbf{E} \in \mathbb{C}^{r \times m}$  和  $\mathbf{F} \in \mathbb{C}^{r \times n}$  任意满足  $\mathbf{E}\mathbf{E}^H = \mathbf{I}$  和  $\mathbf{F}\mathbf{F}^H = \mathbf{I}$ 。式(11)可以用两步迭代算法求解, 首先初始化, 令  $\mathbf{Z}_1 = M_{\Omega}(\mathbf{R}_V)$ , 第一次迭代在  $q$  次循环中借由  $\mathbf{Z}_q$  的奇异值分解来计算  $\mathbf{E}_q$  和  $\mathbf{F}_q$ ; 第二次迭代是根据  $q$  次迭代后的  $\mathbf{E}_q$  和  $\mathbf{F}_q$  来更新  $\mathbf{Z}_{q+1}$ 。该

方法需要多次迭代计算复杂度很高。为进一步提高收敛速度, 根据冯诺依曼迹不等式, 将式(11)采用单次凸优化重新表述为

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{Z}} \{\max_{\mathbf{U}} \text{tr}(\mathbf{U}\mathbf{Z}\mathbf{V}^H) - \max_{\mathbf{F}} \text{tr}(\mathbf{E}\mathbf{Z}\mathbf{F}^H)\} \\ \text{s. t. } M_{\Omega}(\mathbf{Z}) = M_{\Omega}(\mathbf{R}_V) \end{cases} \quad (12)$$

式中:  $\mathbf{U} \in \mathbb{C}^{m \times m}$  和  $\mathbf{V} \in \mathbb{C}^{n \times n}$  是任意满足  $\mathbf{U}\mathbf{U}^H = \mathbf{I}$  和  $\mathbf{V}\mathbf{V}^H = \mathbf{I}$  的矩阵。通过分析可知, 对于待填充矩阵而言, 每行中所需填充的阵元位置个数并不相同, 根据这一特点分别对矩阵的每行进行加权处理, 能够有效减少算法复杂度, 因此分别引入权重矩阵  $\mathbf{W}_1 = \text{diag}(w_1, \dots, w_m)$  和  $\mathbf{W}_2 = \text{diag}(w_1, \dots, w_n)$ ,  $1 \leq w_i \leq w_j$ , 如果  $n_i \leq n_j$  ( $i, j = 1, 2, \dots, m$ ),  $w_i > 0$ ,  $n_i$  代表  $\mathbf{R}_V$  第  $i$  行的已知信号数目, 式(12)加权后表示为

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{Z}} \text{tr}(\mathbf{U}\mathbf{W}_1\mathbf{Z}\mathbf{V}^H) - \text{tr}(\mathbf{E}\mathbf{W}_2\mathbf{Z}\mathbf{F}^H) \\ \text{s. t. } M_{\Omega}(\mathbf{Z}) = M_{\Omega}(\mathbf{R}_V) \end{cases} \quad (13)$$

令  $\mathbf{Z}_1 = M_{\Omega}(\mathbf{R}_V)$ , 采用梯度下降搜索方法求解得式(14)为

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_{i+1} &= \mathbf{Z}_i - \frac{1}{\partial_i} (\mathbf{W}_1 \mathbf{U}_i^H \mathbf{V}_i - \mathbf{W}_2 \mathbf{E}_i^H \mathbf{F}_i) \\ \mathbf{Z}_{i+1} &= M_{\Omega}(\mathbf{R}_V) + M_{\Omega^c}(\mathbf{Z}_{i+1}) \end{aligned} \quad (14)$$

式中:  $M_{\Omega^c} = D_1 - D_c$ , 其物理含义为互质虚拟阵列中的空洞位置。

基于 WTNNR 矩阵填充算法具体步骤如下:

- (1) 输入:  $\mathbf{R}_V, \Omega, \mathbf{W}_1, \mathbf{W}_2, \varepsilon$
- (2) 初始化: 迭代  $i = 1$ ,  $\mathbf{Z}_1 = M_{\Omega}(\mathbf{R}_V)$
- (3) 重复:  $[\mathbf{u}_i, \boldsymbol{\eta}_i, \mathbf{v}_i] = \text{svd}(\mathbf{Z}_i)$

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_i &= \mathbf{u}_i^H, \mathbf{V}_i = \mathbf{v}_i^H \\ \mathbf{E}_i &= \mathbf{u}_i(:, 1:r)^H, \mathbf{F}_i = \mathbf{v}_i(:, 1:r)^H \\ \mathbf{Z}_{i+1} &= \mathbf{Z}_i - \frac{1}{\partial} (\mathbf{W}_1 \mathbf{U}_i^H \mathbf{V}_i - \mathbf{W}_2 \mathbf{E}_i^H \mathbf{F}_i) \\ \mathbf{Z}_{i+1} &= M_{\Omega}(\mathbf{R}_V) + M_{\Omega^c}(\mathbf{Z}_{i+1}) \\ \partial_{i+1} &= \rho \partial_i \\ i &= i+1 \end{aligned}$$

- (4) 直到:  $\|\mathbf{Z}_{i+1} - \mathbf{Z}_i\|_F^2 \leq \varepsilon$

## 3 仿真实验分析

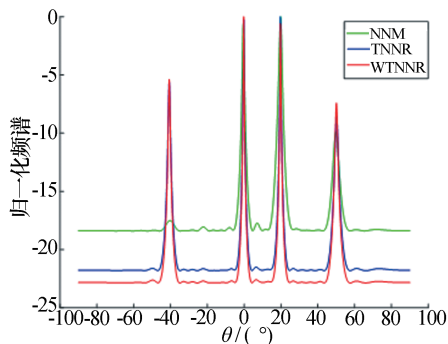
为验证本文算法性能, 将本文所提出的 WTNNR 算法与 NNM 算法及 TNNR 算法在相同信号模型下进行了仿真对比。

在  $M=3, N=5$  的互质阵列中,  $P = \{0, 3d, 5d, 6d, 9d, 10d, 12d, 15d, 20d, 25d\}$  为该互质阵列各个物理传

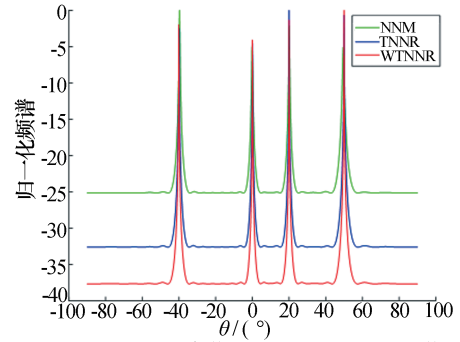
传感器的位置,总长为  $2M+N-1=10$ ,阵元的单位间距为  $d=\lambda/2$ ,去重复位的虚拟阵元个数为  $3MN+M-N=43$ ,插值后虚拟阵列的大小为  $4MN-2N+1=51$ 。假设存在四个非相干远场信号源,各信号源入射角度分别为  $-40^\circ, 0^\circ, 20^\circ, 50^\circ$ ,快拍数  $T$  为 5 和 100,信噪比分别取值 5 dB 和 20 dB。首先采用插值技术补全互质虚拟阵列中的空洞位置,再使用 MUSIC 算法来估计信号源的波达方向,WTNNR 矩阵填充算法的具体步骤中,  $\partial_1 = 0.1, \rho = 1.2, r$  为信号源数目,  $\varepsilon = 1 \times 10^{-6}$ ,权重矩阵  $W_1, W_2$  均为对角矩阵,分别取值  $W_{li} = \exp[-\rho(n_i/n) - 1], i = 1, 2, \dots, m, W_2 = I, n_i$  为待填充矩阵中第  $i$  行的已知信号个数,因此满足  $W_{li} \geq W_{lj}$  (如果  $n_i \leq n_j$ )。

### 3.1 角度估计性能分析

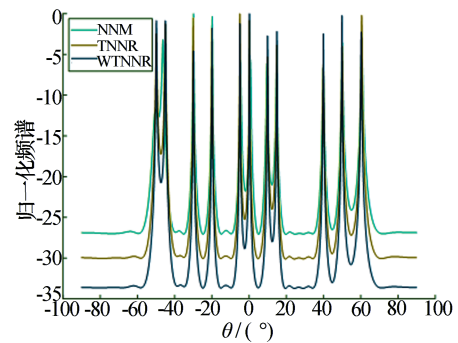
如图 3 所示,依据上述参数设置通过对比同一条条件下三种算法的 MUSIC 功率谱可以明显看出,红色曲线代表本文提出的 WTNNR 算法,相比于 NNM 和 TNNR 算法,在快拍数较小时未产生虚假谱峰,并且具有更好的旁瓣抑制能力。其中,NNM 算法通过内点法求解核范数,TNNR 算法根据截断核范数特性利用大奇异值构成的信号子空间进行迭代,提高了算法精度,在此基础上 WTNNR 算法分析了待填充矩阵中每行空洞数目的占比,分别对其进行加权处理从而提升算法的收敛速度。通过 WTNNR 算法填充的空洞位置给定信号与虚拟阵元上已知信号差值更小,重构后的协方差矩阵更精确,因此 WTNNR 算法性能得到了增强,具有更稳定的算法性能以及更高的空间分辨率。如图 3c) 所示,已知互质虚拟阵元的产生突破了阵列信号采样定理,当信源数大于阵元数时本文算法仍可明显区分 11 个方向的入射信号,仿真中信源方向分别为  $-50^\circ, -45^\circ, -30^\circ, -20^\circ, -5^\circ, 0^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ$ 。以上所有实验仿真结果均可看出 WTNNR 算法的参数估计性能精准,并在小快拍和低信噪比的情况下具有良好的鲁棒性。



a) 快拍数  $T=5$ , 信噪比  $SNR=5$  dB 时 MUSIC 谱  
a) MUSIC spectrum when snapshots  $T=5, SNR=5$  dB



b) 快拍数  $T=100$ , 信噪比  $SNR=20$  dB 时 MUSIC 谱  
b) MUSIC spectrum when snapshots  $T=100, SNR=20$  dB



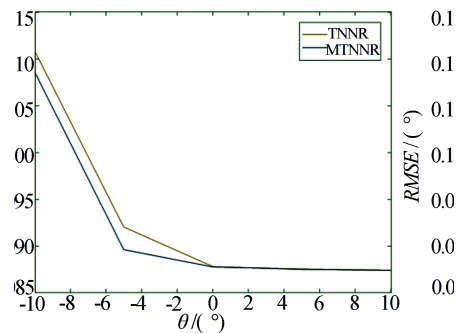
快拍数  $T=100$ , 信噪比  $SNR=20$  dB 时 11 个信号源的音乐谱 c)  
c) MUSIC spectrum of 11 signals sources when snapshots  $T=100, SNR=20$  dB

图 3 MUSIC 功率谱仿真图

Fig. 3 MUSIC spectrum simulation diagram

### 3.2 算法误差分析

图 4 为 800 次蒙特卡洛实验结果,给出了不同信噪比和不同快拍数下的角度均方根误差 (RMSE) 曲线。图 4a) 为快拍数等于 100 时的角度 RMSE 曲线,从图中可以看出在高信噪比情况下,无论是本文方法还是 TNNR 算法都具有较高的估计精度。在低信噪比情况下,相比于 TNNR,本文方法的 RMSE 曲线更低,稳定性更高,功率谱估计的准确性更高。图 4b) 为信噪比为 -5 dB 时随着快拍数增加的角度 RMSE 变化,明显看出 WTNNR 算法的误差一直稳定地小于 TNNR,说明本文算法比 TNNR 算法的角度估计能力更强。



a) RMSE of angles varies with SNR ( $SNR=100$ )

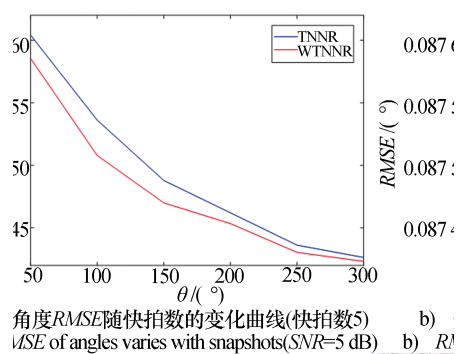


图4 算法的角度 RMSE 对比图

Fig.4 Comparison diagram of angle RMSE

#### 4 结束语

本文利用互质阵列经过差联合处理得到的具有高自由度的虚拟阵列信号模型,针对虚拟阵列存在空洞导致阵列利用率降低的问题,提出一种改进的加权截断核范数的矩阵填充方法来重构接收信号协方差矩阵,最后采用 MUSIC 算法得到信源方向角的功率谱估计。仿真实验表明:WTNNR 算法在少快拍和低信噪比的情况下具有一定的鲁棒性,相比于 NNM 和 TNNR 算法,少快拍时功率谱中的谱峰更精确;在信噪比低的情况下,所提 WTNNR 算法角度误差更小,估计精度更好。

#### 参考文献 (References)

- [1] BLASONE G P, COLONE F, LOMBARDO P, et al. Dual cancelled channel STAP for target detection and DOA estimation in passive radar[J]. Sensors, 2021, 21(13): 1-17.
- [2] YANG B, HE F, JIN J, et al. DOA estimation for attitude determination on communication satellites[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2014, 27(3): 214-221.
- [3] PAL P, VAIDYANATHAN P P. Nested arrays: a novel approach to array processing with enhanced degrees of freedom [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(8): 4167-4181.
- [4] PAL P, VAIDYANATHAN P P. Coprime sampling and the MUSIC algorithm[C]// 2011 IEEE Digital Signal Processing and Signal Processing Education Meeting. Sedona: IEEE Press, 2011: 289-294.
- [5] BAXTER W, NOSRATI H, ABOUTANIOS E. Coprime beamforming: fast estimation of more sources than sensors[J]. IET Radar, Sonar & Navigation, 2019, 13(11): 1956-1962.

- [6] MENG Z, ZHOU W D. Robust adaptive beamforming for coprime array with steering vector estimation and covariance matrix reconstruction[J]. IET Communications, 2020, 14(16): 2749-2758.
- [7] LIU C L, VAIDYANATHAN P P, PAL P. Coprime coarray interpolation for DOA estimation via nuclear norm minimization[C]// 2016 IEEE International Symposium on Circuits & Systems. Montreal: IEEE Press, 2016: 2639-2642.
- [8] ZHOU C W, GU Y J, FAN X, et al. Direction-of-arrival estimation for coprime array via virtual array interpolation [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2018, 66(22): 5956-5971.
- [9] ZHENG Z, YANG T, WANG W Q, et al. Robust adaptive beamforming via coprime coarray interpolation[J]. Signal Processing, 2019, 169: 107382.
- [10] HUANG H P, MIAO Y, GONG Y, et al. Toeplitz matrix completion for direction finding using a modified nested linear array[C]// 2019 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). Brighton: IEEE Press, 2019: 4474-4478.
- [11] HU Y, ZHANG D B, YE J P, et al. Fast and accurate matrix completion via truncated nuclear norm regularization [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2013, 35(9): 2117-2130.
- [12] YADAV S K, GEORGE N V. Fast direction-of-arrival estimation via coarray interpolation based on truncated nuclear norm regularization[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2020, 68(4): 1522-1526.
- [13] LIU C L, VAIDYANATHAN P P. Remarks on the spatial smoothing step in coarray MUSIC [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2015, 22(9): 1438-1442.

#### 作者简介:

贺 顺 女,1980 年生,博士,副教授,研究方向为宽带信号检测与估计、自适应阵列处理;

张一沫 女,1998 年生,硕士研究生,研究方向为互质阵列波达方向估计、阵列信号处理;

杨志伟 男,1980 年生,博士,教授,研究方向为阵列信号处理、天基预警和运动平台雷达目标检测;

张旭阳 男,1997 年生,硕士研究生,研究方向为空间步进频雷达信号处理。